

Ekvivalentní úpravy

lineárních rovnic



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



Gymnázium a Střední odborná škola, Rokycany, Mládežníků 1115

Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0410
Číslo šablony:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Název materiálu:	Ekvivalentní úpravy lineárních rovnic
Ročník:	Tercie
Identifikace materiálu:	MIL_32_74
Jméno autora:	Martin Milota
Předmět:	matematika
Tématický celek:	Lineární rovnice
Anotace:	Prezentace v MS Powerpointu vysvětlující ekvivalentní úpravy lineárních rovnic na příkladech.
Datum:	28. 1. 2013

Rovnice

Rovnice je zápis dvou výrazů, mezi kterými se vyskytuje znaménko rovná se. My se zatím budeme zabývat pouze rovnicemi, ve kterých je jen jedna neznámá (písmenko).

Obě strany se oddělují rovnítkem.

$$2x = 5 + x$$

Levá strana rovnice je výraz $2x$.

Pravá strana rovnice je výraz $5 + x$.

Při řešení rovnice hledáme vlastně takovou hodnotu neznámé, aby měly výrazy na obou stranách stejnou hodnotu. Pokud existuje číslo, které to dokáže splnit, říkáme mu kořen rovnice a zapisujeme:

$$x = 5$$

Ekvivalentní úpravy rovnic

Protože bohužel ne všechny rovnice jsou tak jednoduché, aby bylo řešení vidět rovnou, a proto je třeba si ujasnit postup, jak se dají rovnice řešit.

Pro dobrou představu nám poslouží laboratorní váhy. Naším cílem je zjistit, co můžeme s oběma stranami udělat tak, aby se neporušila rovnováha.

Úpravy, které můžeme s rovnicemi provádět vždy, označujeme jako **ekvivalentní úpravy**.



1. ekvivalentní úprava

Rovnováha se neporuší, jestliže váhy obejdeme z druhé strany. Jakkoliv to zní zvláště, tím že obejdeme váhy, levá miska se změní na pravou a obráceně.

Rovnost se neporuší, jestliže zaměníme strany rovnice.

$$4x + 1 = \frac{1}{2}x - 5$$

$$\frac{1}{2}x - 5 = 4x + 1$$



2. ekvivalentní úprava

Rovnováha se nezmění, jestliže na obě misky vah přidáme stejné závaží (a nebo jej uберeme). Když na obě misky přidáme stogramové závaží, rovnováha zůstane zachována.

K oběma stranám rovnice můžeme přičíst nebo odečíst stejné číslo.



$$2x + 4 = 3x - 1$$

Při řešení rovnice se snažíme dostat na jednu stranu čísla a na druhou neznámou.

Ekvivalentní úpravy se zapisují za svislou čáru.

$$2x + 4 = 3x - 1 \quad | + 1$$

Nejdříve k oběma stranám přidáme 1.

$$2x + 4 + 1 = 3x - 1 + 1$$

Čísla už jsou upravena pouze na jedné straně. Teď neznámou.

$$2x + 5 = 3x$$

$$2x + 5 = 3x \quad | - 2x$$

Od obou stran odečteme 2x.

$$2x - 2x + 5 = 3x - 2x$$

$$5 = x$$

Máme řešení rovnice.

3. ekvivalentní úprava

Pokud máme na vahách rovnováhu a zdvojnásobíme obsah obou misek, rovnováha zůstane zachována.

Obě strany rovnice můžeme vynásobit (a také vydělit) stejným číslem (samozřejmě kromě nuly).



$$6x = 3x - 9$$

Nejprve opět převedeme části s neznámou na jednu stranu a části bez neznámé na druhou.

$$6x = 3x - 9 \quad | - 3x$$

$$6x - 3x = -9$$

$$3x = -9 \quad | : 3$$

Provedeme třetí ekvivalentní úpravu. Rovnici vydělíme tak, abychom získali jediné x.

$$x = -3$$

Opět získáme řešení.

Ještě jednou celé řešení.

$$5x - 3 = \frac{1}{2}x + 6$$

$$5x - 3 = \frac{1}{2}x + 6$$

$$10x - 6 = 1x + 2 \quad | -x; +6$$

$$9x = 8 \quad | :9$$

$$x = \frac{8}{9}$$

Zjednodušíme si rovnici. Zbavíme se zlomku násobením, pak převedeme části rovnice a nakonec vydělíme a najdeme řešení.

Ekvivalentních úprav můžeme udělat několik najednou.

Úpravu nemusíme celou rozepsat, stačí jí provést.

Získali jsme řešení.