Usměrňování zlomků

výrazy s odmocninou ve jmenovateli

Gymnázium a Střední odborná škola, Rokycany, Mládežníků 1115

Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0410
Číslo šablony:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Název materiálu:	Usměrňování zlomků
Ročník:	1. ročník SOŠ a gymnázia, kvinta víceletého gymnázia
Identifikace materiálu:	MIL_32_5
Jméno autora:	Martin Milota
Předmět:	matematika
Tématický celek:	Odmocniny
Anotace:	Prezentace v MS Powerpointu, určená pro výuku usměrnění zlomků, obsahujících druhou odmocninu. Žáci si společně s výkladem ozřejmí důvody pro usměrnění, a naučí se jednotlivé typy usměrňování. Na závěr si na šesti úlohách procvičí získané znalosti.
Datum:	28. 9. 2013

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

- V některých zlomcích se v … y.

$\sqrt{4}$ … 7

Odmocniny jsou iracionální čísla, tzn. že velká většina z nich jsou nekonečná, neperiodická čísla. Dělit nekonečné číslo, přestože je to zdlouhavé, zvládneme (se zaokrouhlením). Ale dělit nekonečným číslem, to nejde!

- … které odmocniny nám při výpočtu … (např. √4 v prvním příkladě je určitě rovna 2), v jiných úlohách nám odmocniny způsobují problémy. Proč?

- Abychom se s tímto problémem úspěšně vypořádali, musíme si zlomky s odmocninami ve jmenovatelích nějak upravit. Této úpravě se říká **usměrnění zlomku**.

Ve jmenovateli jsou samotné odmocniny nebo odmocniny v součinu.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

- Zlomek nejprve rozšíříme odmocninou ve jmenovateli.
- Potom jmenovatel i čitatel upravíme, pokud je to možné, a zkrátíme.
- Pokud je ve jmenovateli nějaké další číslo v součinu, při úpravě jej ignorujeme.

$$\frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Ve jmenovateli je dvojčlen.

- Opět budeme zlomek rozšiřovat, abychom se zbavili odmocnin ve jmenovateli. Tentokrát však využijeme rozdíl čtverců, obyčejným násobením se odmocniny nezbavíme.

$$\frac{7}{\sqrt{14}+\sqrt{7}} = \qquad \frac{7}{\sqrt{14}+\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{\sqrt{14}-\sqrt{7}} =$$

$$= \frac{7 \cdot \left(\sqrt{14}-\sqrt{7}\right)}{\sqrt{14}^2-\sqrt{7}^2} = \frac{7 \cdot \left(\sqrt{14}-\sqrt{7}\right)}{7} = \sqrt{14}-\sqrt{7}$$

- Zjednodušeně: rozšiřujeme zlomek výrazem ve jmenovateli s opačným znaménkem než měl původní výraz.

a ještě jednou...

$$\frac{11}{2\sqrt{3}-1} = \frac{11}{2\sqrt{3}-1}\cdot\frac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}+1} =$$

$$\frac{22(\sqrt{3}+1)}{4\cdot 3-1} = \frac{22\left(\sqrt{3}+1\right)}{11} = 2\left(\sqrt{3}+1\right)$$

A teď vy: $\dfrac{2}{3-\sqrt{5}} =$

$$= \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Ve jmenovateli je trojčlen.

- Toto je extrémní varianta. Výraz ve jmenovateli si závorkou rozdělíme a pak použijeme rozdíl čtverců. Upravíme podle vzorce, sečteme a použijeme znovu rozdíl čtverců.

$$\frac{11}{\sqrt{5}+1-\sqrt{3}}=\frac{11}{\left(\sqrt{5}+1\right)-\sqrt{3}}=\frac{11}{\left(\sqrt{5}+1\right)-\sqrt{3}}\cdot\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)+\sqrt{3}}{\left(\sqrt{5}+1\right)+\sqrt{3}}=$$

$$\frac{11\cdot\left(\sqrt{5}+1+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}+1\right)^{2}-\sqrt{3}^{2}}=\frac{11\cdot\left(\sqrt{5}+1+\sqrt{3}\right)}{5-2\sqrt{5}+1-3}=\frac{11\cdot\left(\sqrt{5}+1+\sqrt{3}\right)}{3-2\sqrt{5}}=$$

$$\frac{11\left(\sqrt{5}+1+\sqrt{3}\right)}{3-2\sqrt{5}}\cdot\frac{3+2\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}}=\frac{11\left(\sqrt{5}+1+\sqrt{3}\right)\cdot\left(3+2\sqrt{5}\right)}{-11}=$$

$$=-\left(1+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(3+2\sqrt{5}\right)$$

Úlohy k procvičení:

$$\frac{5}{\sqrt{5}} = \qquad \frac{1}{2\sqrt{7}} =$$

$$\frac{5}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} = \qquad \frac{3}{1+\sqrt{10}} =$$

$$\frac{4}{\sqrt{5}-1} = \qquad \frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1} =$$

Výsledky:

$$\frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = 5 \qquad \frac{1}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{28} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$\frac{5}{3-2\sqrt{2}} = \frac{5}{3-2\sqrt{2}} \cdot \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{5\left(3+2\sqrt{2}\right)}{9-8} = 5\left(3+2\sqrt{2}\right)$$

$$\frac{3}{1+\sqrt{10}} = \frac{3}{1+\sqrt{10}} \cdot \frac{1-\sqrt{10}}{1-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}-1}{3}$$

Výsledky:

$$\frac{4}{\sqrt{5}-1}=\sqrt{5}+1$$

$$\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{6}-2\right)$$