Kvantifikované výroky
a
jejich negace

Gymnázium a Střední odborná škola, Rokycany, Mládežníků 1115

Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0410
Číslo šablony:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Název materiálu:	Kvantifikované výroky a jejich negace
Ročník:	1. ročník SOŠ a gymnázia, kvinta víceletého gymnázia
Identifikace materiálu:	MIL_32_1
Jméno autora:	Martin Milota
Předmět:	matematika
Tématický celek:	Výroky
Anotace:	Prezentace vytvořená v MS Powerpoint , seznamující studenty s kvantifikátory jako všichni, aspoň jeden, nejvýše apod. a jejich negacemi.
Datum:	28. 9. 2013

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

OPAKOVÁNÍ:

- Co je to výrok?

- Najděte mezi následujícími tvrzeními pravdivé a nepravdivé výroky:

Je 12 hodin?

Rovnice má jedno řešení.

$X + 3 < 12$

Banány mají modrou barvu.

V trojúhelníku je odvěsna vždy kratší než přepona.

Na školním dvoře parkují tři auta.

Přirozené číslo je menší než 4.

KVANTIFIKÁTORY

V běžné praxi si nevystačíme s jednoduchými výroky, ale používáme také celou spoustu tvrzení, která výroky nejsou. Například pokud řekneme:

„Přirozené číslo je menší než 4.“

Toto není výrok (nelze určit výroková hodnota), ale všichni cítíme, že malou úpravou dokážeme z této věty výrok udělat. K tomuto účelu slouží tzv. **kvantifikátory** (slova, která označují množství podmětů ve větě).

MALÝ KVANTIFIKÁTOR ∃

Upřesněním počtu rovnic, které mají jedno řešení, se z nejasného tvrzení stává výrok.

Existuje *přirozené číslo menší než 4.*

Existuje (aspoň jeden) je tzv. **existenční** (malý) **kvantifikátor**. Označuje se ∃. Neříká, kolik daných objektů je, pouze že nějaké jsou.

Existuje alespoň jedno přirozené číslo menší než 4 můžeme zapsat matematicky:

$\exists n \in N: n < 4$ – pravdivý výrok!

VELKÝ KVANTIFIKÁTOR $\forall$

Obecný (velký) kvantifikátor se označuje $\forall$ a má význam všichni nebo všechna. Informace nebo vlastnost tak musí platit stále.

$\forall\, n \in N: n < 4$

(všechna přirozená čísla jsou menší než 4)

– **je nepravdivý výrok!**

ÚLOHY

Absolutní hodnota ze součtu libovolných dvou reálných čísel je menší nebo rovna součtu absolutních hodnot těchto čísel.

- Přečtěte správně výroky a určete jejich pravdivostní hodnotu.

Pro všechna reálná čísla existuje reálné číslo, které při sčítání nezmění hodnotu tohoto čísla.

$\forall x, y \in R: |x+y| \leq |x| + |y|$

$\forall x \in R\ \exists a \in R: x + a = x$

- Zapište výroky matematickým zápisem.

$\exists a, b \in N\ \forall n \in N: a | n \wedge b | n$

Všechna přirozená čísla mají dva dělitele.

Existuje číslo větší než pět.

$\exists a \in N: a > 5$

NEGACE S KVANTIFIKÁTORY

Velkým problémem však mohou být negace těchto typů výroků. Narážíme zde na rozdíly mezi češtinou a logikou a proto musíme být opatrní.

Příklad 1. Utvořte negaci výroku:

Všichni studenti kvinty přinesli domácí úkol.

Samozřejmě češtinář by řekl: „Nikdo nepřinesl domácí úkol," ale to není správně. Musíme přemýšlet v úrovni výroků, tzn. pravda-nepravda a žádné další alternativy. Všichni studenti přinesli úkol přestane platit ve chvíli, kdy **alespoň jeden** student ten úkol **nepřinese**! A to je naše hledaná negace.

NEGACE

Všichni studenti kvinty přinesli domácí úkol.
Aspoň jeden student kvinty nepřinesl domácí úkol.

Nikdo ve třídě není vyšší než 170 cm.
Aspoň jedna osoba ve třídě je vyšší než 170 cm.

Na parkovišti neparkuje žádné žluté auto..
Na parkovišti je aspoň jedno žluté auto.

A jak je to s existenčním, malým kvantifikátorem?
Ano, přesně obráceně.

Existuje aspoň jedno přirozené číslo větší než pět.
Neexistuje žádné přirozené číslo větší než pět.

Existuje stát, kde se neválčí.
Ve všech státech probíhá válka.

Nejvýše 4 piva znamená, že vypil 4, 3, 2, 1 nebo žádné. Opak tedy je, když vypije víc než 4 piva.

Často si nevystačíme s pouhým pro všechny platí nebo neexistuje nikdo takový, ale musíme rozhodnout o určitém počtu.

Právě dvě znamená přesně dvě, takže opak bude rovnice s jedním, žádným nebo aspoň dvěma řešeními.

Petr vypil nejvýše 4 piva.

Studenti vypočítali nejvýše tři příklady ve čtvrtletce z matematiky.

Rovnice $3x^2 + 2x + 1 = 0$ *má právě dvě řešení.*

Jak vytvořit negace?

Nejvýše tři příklady jsou 0, 1, 2 nebo 3 maximálně. Negace tedy je, že všichni vypočítali nejméně (aspoň) 4 příklady.

výrok	negace
Pro všechny prvky z množiny M platí výrok p.	Existuje aspoň jeden prvek z množiny M, pro který výrok p neplatí.
Existuje prvek v množině M pro který platí výrok p.	Pro žádný prvek množiny M neplatí výrok p.
Aspoň n prvků v množině M splňuje výrok p.	Nejvýše n-1 prvků v množině M splňuje výrok p.
Nejvýše n prvků v množině M splňuje výrok p.	Aspoň n+1 prvků v množině M splňuje výrok p.
Právě n prvků v množině M splňuje výrok p.	Nejvýše n-1 nebo aspoň n+1 prvků v množině M splňuje výrok p.

ÚLOHY

- Napište negaci výroků.

Brazílie vstřelí Chorvatům aspoň dva góly.

Zítra budeme mít ve škole nejvýše jednu hodinu matematiky.

Všichni 4 příchozí budou muži.

Brazílie vstřelí Chorvatům nejvýše jeden gól.

Zítra budeme mít aspoň dvě hodiny matematiky.

Mezi 4 příchozími bude aspoň jedna žena.