

# Sinová a kosinová věta





## Gymnázium a Střední odborná škola, Rokycany, Mládežníků 1115

Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0410
Číslo šablony:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Název materiálu:	Využití sinové a kosinové věty při řešení úloh
Ročník:	2. ročník SOŠ
Identifikace materiálu:	MIL_32_10
Jméno autora:	Martin Milota
Předmět:	matematika
Tématický celek:	Sinová a kosinová věta
Anotace:	Prezentace ukazující vztahy mezi stranami v trojúhelníku a jejich úhly.
Datum:	25.4.2013



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

# Co už víme o stranách a úhlech v trojúhelníku?

- Proti delší straně leží větší úhel.
- V rovnostranném trojúhelníku jsou všechny strany stejně dlouhé a i úhly jsou stejně velké.
- Rovnoramenný trojúhelník má dva shodné úhly a i dvě stejně dlouhé strany, ležící proti těmto úhlům.
- U podobných trojúhelníků zůstanou úhly shodné, ale délky stran se mění v nějakém poměru. Vztah mezi stranou a úhlem naproti není přímo ani nepřímo úměrný.
- Vztah by mohl, podobně jako v pravoúhlém trojúhelníku, souviset s goniometrickými funkcemi.

# Samostatná práce (5min)

- Sestrojte libovolný trojúhelník.
- Určete velikosti úhlů.
- Vypočtete hodnoty sin jednotlivých úhlů.
- Zkuste najít vztah mezi délkou stran v trojúhelníku a siny jednotlivých úhlů.

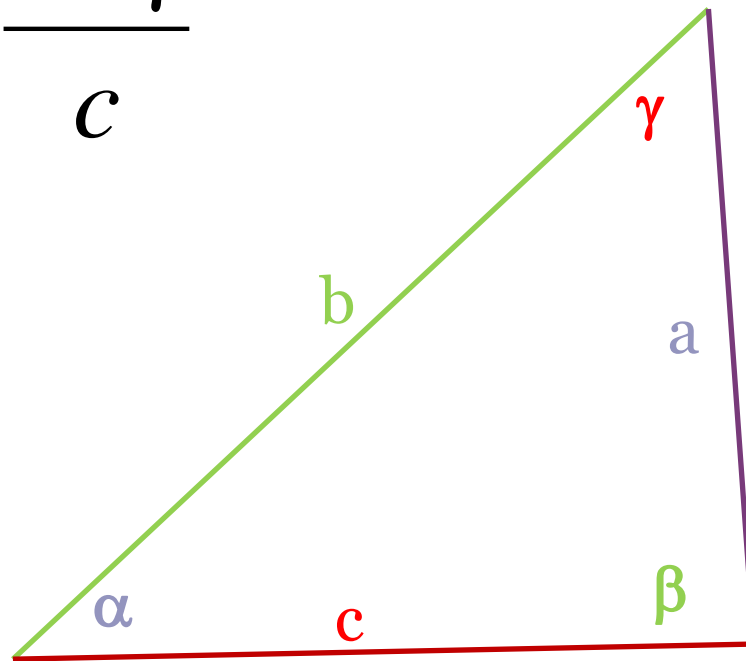
# Sinová věta

- V každém obecném trojúhelníku platí:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

- nebo:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$



# Úlohy:

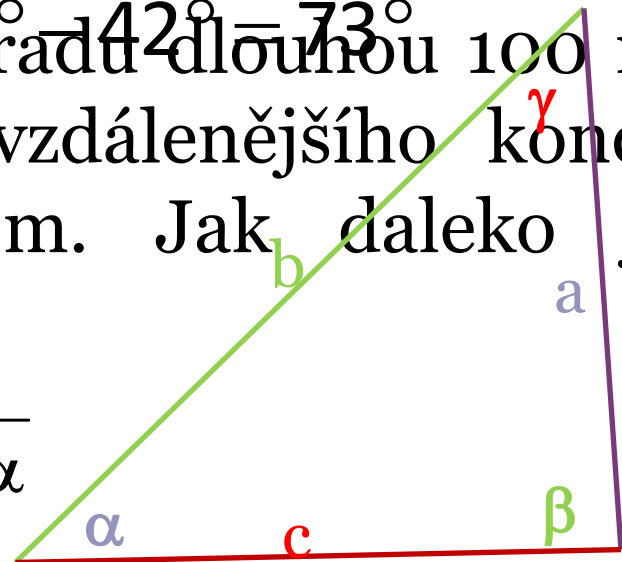
- V trojúhelníku ABC je strana  $a=7\text{cm}$ , úhel  $\alpha=65^\circ$ ,  $\beta=42^\circ$ . Určete zbývající strany a úhly.

$b$        $a$

- Pozorovatel vidí přímou ohradu dlouhou 100 m v zorném úhlu  $30^\circ$ . Od vzdálenějšího konce ohrady je vzdálen  $205$  m. Jak daleko je od bližšího konce ohrady?

$$b = 5,2\text{cm} \quad c = \sin \gamma \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$c = 7,4\text{cm}$$



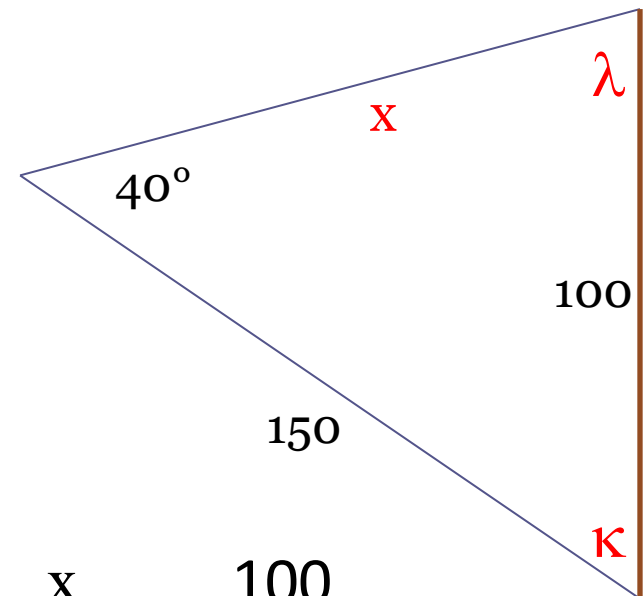
- Pozorovatel vidí přímou ohradu dlouhou 100 m v zorném úhlu  $40^\circ$ . Od vzdálenějšího konce ohrady je vzdálen 150 m. Jak daleko je od bližšího konce ohrady?

$$\frac{\sin \lambda}{150} = \frac{\sin 40^\circ}{100}$$

$$\sin \lambda = 150 \cdot \frac{\sin 40^\circ}{100}$$

$$\lambda = 47^\circ$$

$$\kappa = 180^\circ - 40^\circ - 47^\circ = 93^\circ$$



$$\frac{x}{\sin \kappa} = \frac{100}{\sin 40^\circ}$$

$$x = \sin \kappa \frac{100}{\sin 40^\circ}$$

$$x = 155\text{m}$$

- Sinová věta se používá při řešení úloh s úhly a stranami.
- Musíme znát stranu, protější úhel a nějaký další prvek.
- V jiných případech musíme použít další významné věty.

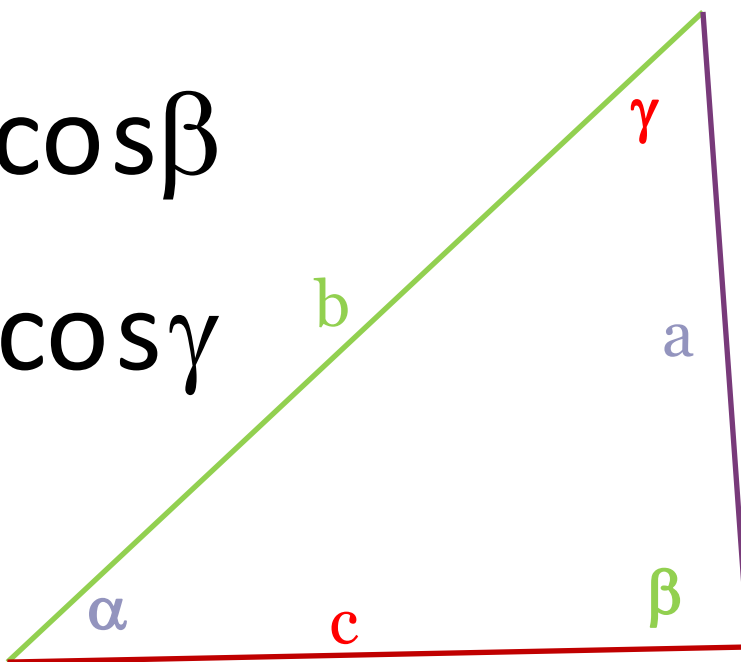


# Kosinová věta

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$



- Kosinová věta se používá, pokud známe všechny tři strany nebo dvě strany a úhel jimi sevřený.

# Úlohy:

- V trojúhelníku ABC je dáno:  $b=4$ ;  $c=7$ ;  $\alpha=45^\circ$ .  
Určete zbylé prvky.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

- Síla  $F_2 = 250$  N se rozkládá na dvě složky o velikostech 150 N a 200 N. Vypočítejte úhel

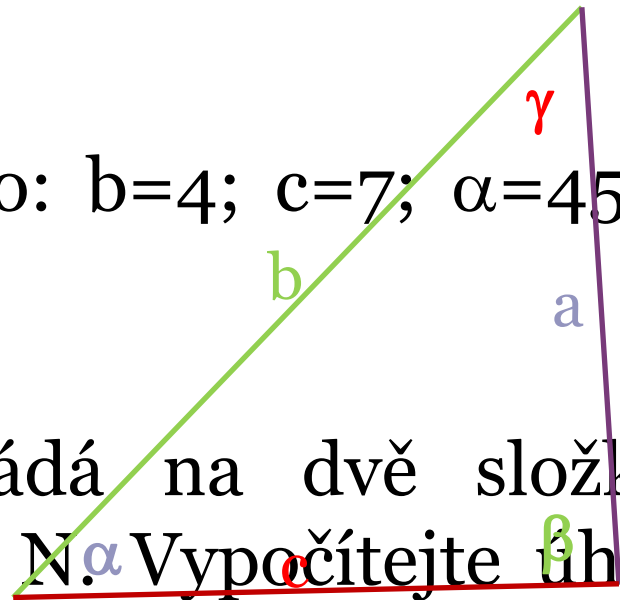
$$a^2 = 65 - 56 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{b}{a}$$

$$a = 6,3$$

$$\sin \beta = \frac{b}{a} \sin \alpha$$

$$\beta = 26^\circ 41'$$

$$\gamma = 108^\circ 19'$$



- Síla  $F = 250 \text{ N}$  se rozkládá na dvě složky o velikostech  $150 \text{ N}$  a  $180 \text{ N}$ . Vypočítejte úhel sevřený oběma složkami.

Využijeme kosinovou větu:

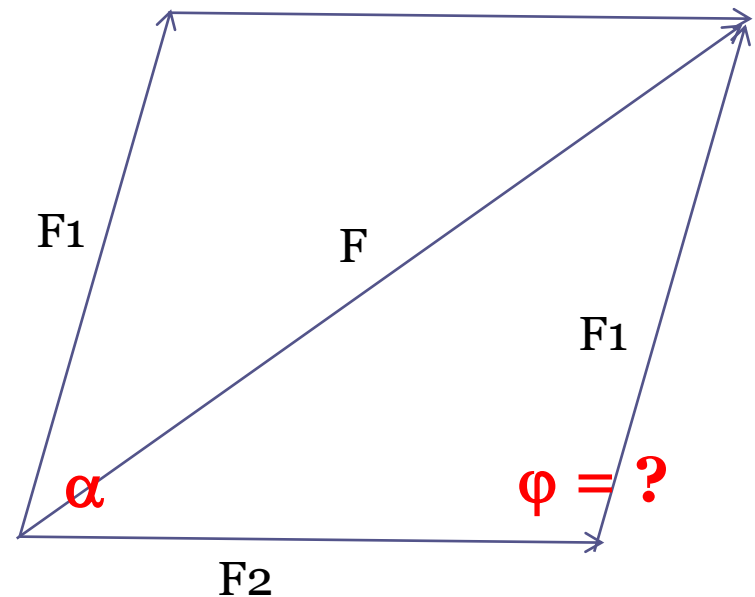
$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \varphi$$

$$2F_1F_2 \cos \varphi = F_1^2 + F_2^2 - F^2$$

$$\cos \varphi = \frac{F_1^2 + F_2^2 - F^2}{2F_1F_2}$$

$$\varphi = \cos^{-1} \frac{F_1^2 + F_2^2 - F^2}{2F_1F_2}$$

$$\varphi = 98^\circ 05' \Rightarrow \varphi \text{ je } 180^\circ - \alpha \text{ (úhel, který svírají síly } F_1 \text{ a } F_2) \Rightarrow \alpha = 81^\circ 55'$$



# Domácí úkol

- Ze stanice vyjedou současně dva vlaky po přímých tratích, které svírají úhel  $146^{\circ}30'$ . Rychlost prvního vlaku je 13 m/s, rychlost druhého vlaku je 14,5 m/s. Jak daleko budou od sebe za 5,5 minuty?

# Zdroje:

- <http://www.realisticky.cz/>